FECHA LÍMITE DE ENTREGA
24 de febrero de 2017

DOSSIER SEMANAL 16

MATEMÁTICAS II
Por Pedro A. Martínez

La resolución y entrega del presente dossier es voluntaria. Cada uno de los cuatro ejercicios propuestos debe resolverse de forma razonada, argumentando adecuadamente la respuesta y realizando todos los cálculos oportunos.

La mente no es una vasija por llenar, sino un fuego por encender.

Plutarco (historiador, biógrafo y filósofo)

PROBLEMA 1: **Discute y resuelve** el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función del parámetro real α:

$$\begin{cases} x+\alpha y+z=\alpha+2 \\ x+y+\alpha z=-2(\alpha+1) \\ \alpha x+y+z=\alpha \end{cases}$$

PROBLEMA 2: Considera las siguientes matrices cuadradas de orden 3:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C=\begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Demuestra que la matriz $T=B+C$ **es invertible**

b) **Calcula** la matriz T^{-1}

c) **Calcula**, si es posible, **la matriz** *X* que verifica la ecuación:

$$BX=A-CX$$

d) **Calcula el determinante** de la matriz *D* que verifica que:

$$A=T^{-1}\cdot D\cdot T$$

PROBLEMA 3: En álgebra lineal se dice que una matriz cuadrada *A* de orden n es **una matriz de giro o rotación** si cumple que *A* es ortogonal y $\det(A)=1$. Atendiendo a esta definición se pide:

a) **Demuestra** que la matriz

$$R(\beta)=\begin{pmatrix} cos\ \beta & 0 & sen\ \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -sen\ \beta & 0 & cos\ \beta \end{pmatrix}$$

es una matriz de rotación en el espacio tridimensional (β se corresponde con el ángulo de giro)

b) **Calcula** $\left[R\left(\frac{\pi}{2}\right)\right]^n$

PROBLEMA 4: **Resuelve** la ecuación:

$$\begin{vmatrix} 2\cdot\left(x^2-1\right) & x+1 & (x+1)^2 \\ x-1 & x+1 & x+1 \\ (x-1)^2 & x-1 & x^2-1 \end{vmatrix} = 0$$