ACTIVIDADES DE PROBAR 03

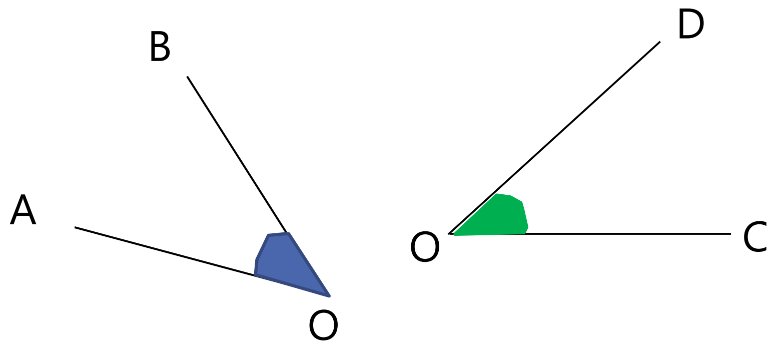
Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

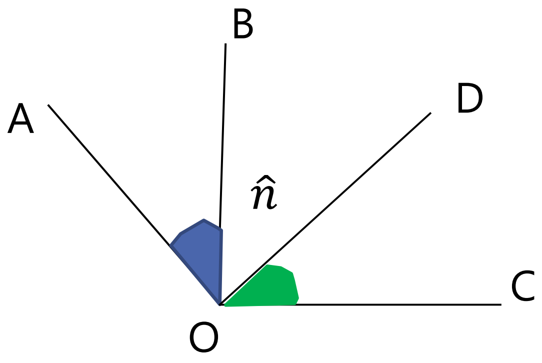
Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 01

Probar que dos ángulos que tienen sus lados respectivamente perpendiculares son iguales o suplementarios.

Realizaremos esta prueba mediante el estudio de los distintos casos posibles.





CASO 1: Ambos ángulos son agudos.

Sabemos, pues forma parte de las premisas del enunciado, que:

$$\overline{OA} \perp \overline{OD} \qquad \overline{OB} \perp \overline{OC}$$

Colocando los vértices de ambos ángulos en un origen común, y llamando $\hat{n}$ al ángulo formado por $\widehat{BOD}$, tenemos que:

$$\widehat{AOB} + \hat{n} = 90º \quad \text{por ser } \overline{OA} \perp \overline{OD}$$
$$\widehat{COD} + \hat{n} = 90º \quad \text{por ser } \overline{OB} \perp \overline{OC}$$

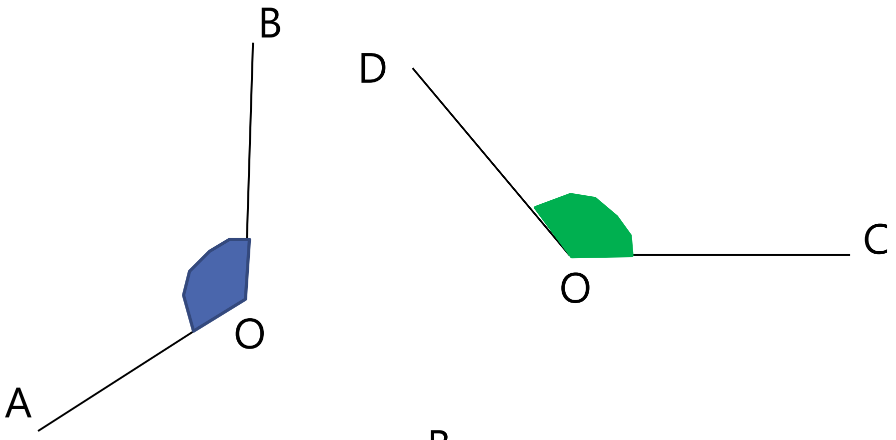
De aquí se deduce que: $\widehat{AOB} + \hat{n} = \widehat{COD} + \hat{n}$

Por tanto: $\widehat{AOB} = \widehat{COD}$

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 01

Probar que dos ángulos que tienen sus lados respectivamente perpendiculares son iguales o suplementarios.



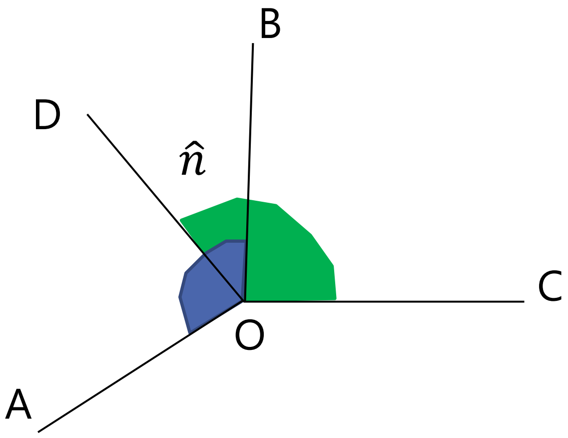
CASO 2: Ambos ángulos son obtusos.

Sabemos, pues forma parte de las premisas del enunciado, que:

$$\overline{OA} \perp \overline{OD} \qquad \overline{OB} \perp \overline{OC}$$

Colocando los vértices de ambos ángulos en un origen común, y llamando $\hat{n}$ al ángulo formado por $\widehat{BOD}$, tenemos que:

$\widehat{AOB} - \hat{n} = 90º$ por ser $\overline{OA} \perp \overline{OD}$
$\widehat{COD} - \hat{n} = 90º$ por ser $\overline{OB} \perp \overline{OC}$



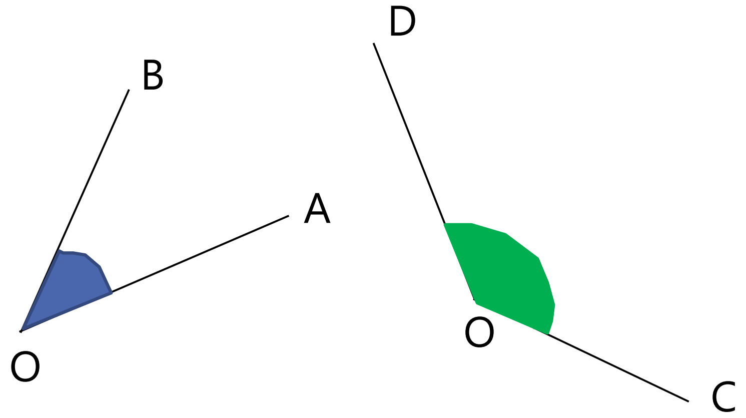
De aquí se deduce que: $\widehat{AOB} - \hat{n} = \widehat{COD} - \hat{n}$

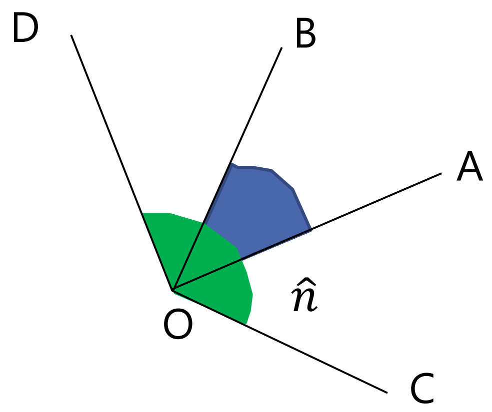
Por tanto: $\widehat{AOB} = \widehat{COD}$

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 01

Probar que dos ángulos que tienen sus lados respectivamente perpendiculares son iguales o suplementarios.





CASO 3: Un ángulo es agudo y otro obtuso.

Sabemos, pues forma parte de las premisas del enunciado, que:

$$\overline{OA} \perp \overline{OD} \qquad \overline{OB} \perp \overline{OC}$$

Colocando los vértices de ambos ángulos en un origen común, y llamando $\hat{n}$ al ángulo formado por $\widehat{AOC}$, tenemos que:

$\widehat{AOB} + \hat{n} = 90º$ por ser $\overline{OA} \perp \overline{OD}$

$\widehat{COD} - \hat{n} = 90º$ por ser $\overline{OB} \perp \overline{OC}$

De aquí se deduce que: $\widehat{AOB} + \widehat{COD} = 90 + 90$

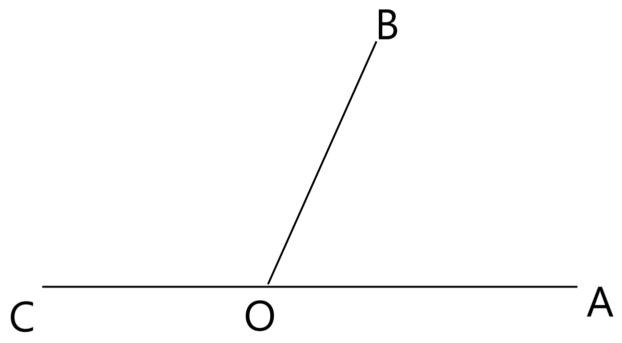
Por tanto: $\widehat{AOB} + \widehat{COD} = 180$

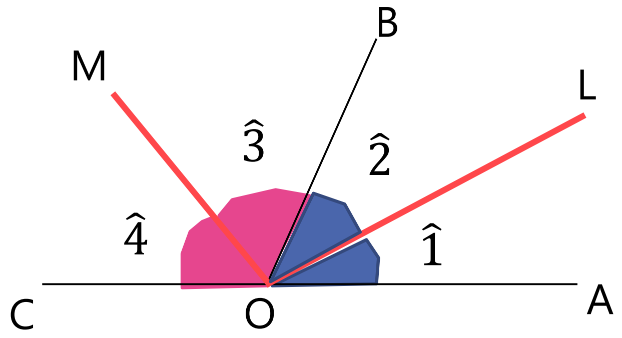
Es decir, son suplementarios.

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 02

Probar que las bisectrices de dos ángulos adyacentes son perpendiculares.





Sabemos que dos ángulos adyacentes son aquellos ángulos que comparten un lado y suman 180 grados (es decir, son suplementarios).

$$\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = 180$$

Construimos las bisectrices de ambos ángulos.

Por ser $\overline{OL}$ bisectriz del ángulo $\widehat{AOB}$ entonces: $\hat{1} = \hat{2}$

Por ser $\overline{OM}$ bisectriz del ángulo $\widehat{BOC}$ entonces: $\hat{3} = \hat{4}$

De aquí se deduce que: $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{4} = 180$

Por tanto: $\hat{2} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{3} = 180$

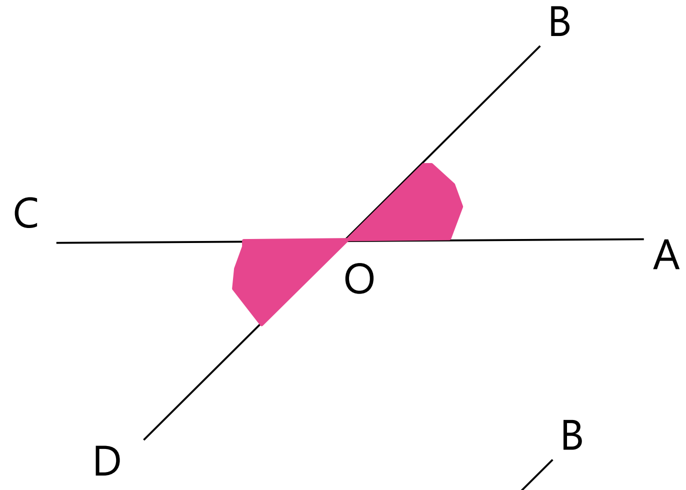
Es decir: $2 \cdot (\hat{2} + \hat{3}) = 180$

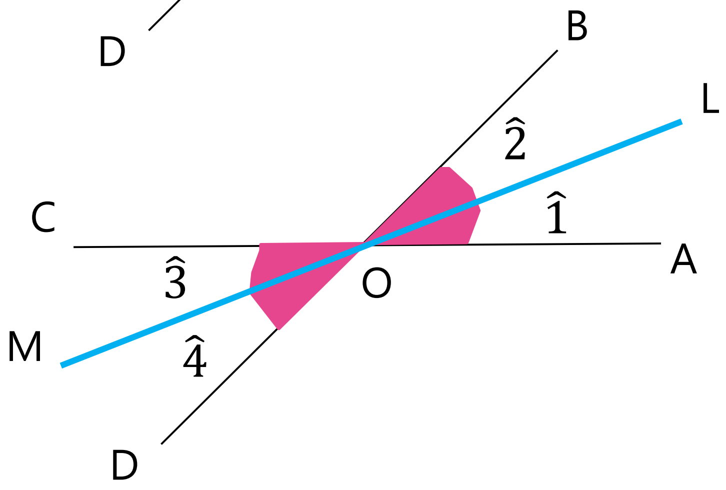
En consecuencia: $\hat{2} + \hat{3} = 90$

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 03

Las bisectrices de los ángulos opuestos por el vértice están en línea recta.





Que las bisectrices estén en línea recta equivale a decir que forman un ángulo de 180 grados (llano). Por el enunciado, sabemos que:

$$\widehat{AOB} = \widehat{COD}$$

por ser opuestos por el vértice. Así mismo:

Por ser $\overline{OL}$ bisectriz del ángulo $\widehat{AOB}$ tenemos: $\hat{1} = \hat{2}$

Por ser $\overline{OM}$ bisectriz del ángulo $\widehat{COD}$ tenemos: $\hat{3} = \hat{4}$

De aquí se deduce que: $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{4} + \widehat{AOD} + \widehat{COB} = 360$

Por tanto: $\hat{1} + \hat{1} + \hat{4} + \hat{4} + \widehat{AOD} + \widehat{AOD} = 360$

Es decir: $2 \cdot \left(\hat{1} + \hat{4} + \widehat{AOD}\right) = 360$

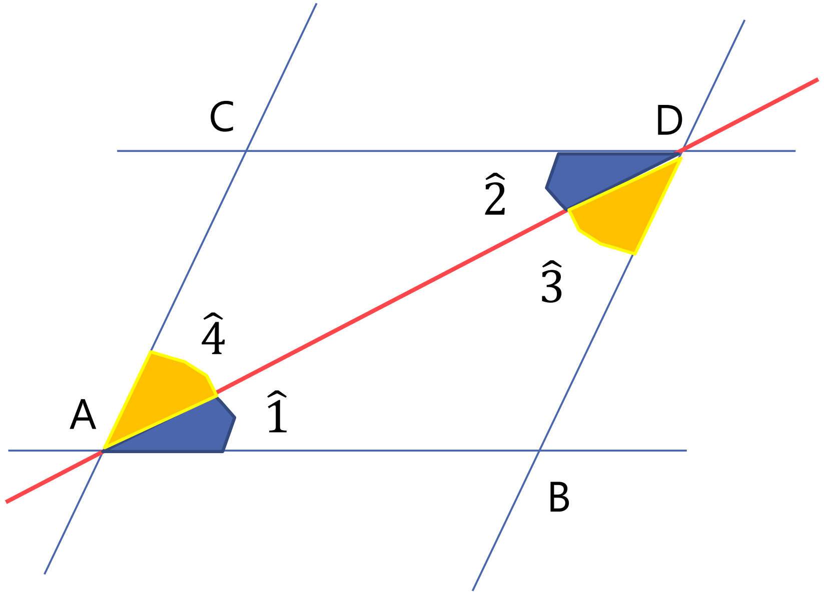
En consecuencia: $\hat{1} + \hat{4} + \widehat{AOD} = 180$

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 04

Probar que:

a. En todo paralelogramo los lados opuestos son iguales entre sí.



Consideremos el paralelogramo ABCD. De aquí tenemos que:

$$\overline{AB} \parallel \overline{CD} \qquad \overline{AC} \parallel \overline{BD}$$

Si trazamos la secante que pasa por los vértices A y D, observamos que:

$$\hat{1} = \hat{2} \quad \text{por ser alternos-internos entre paralelas}$$
$$\hat{3} = \hat{4} \quad \text{por ser alternos-internos entre paralelas}$$

Así pues, los triángulos ABD y ADC son congruentes por el criterio de congruencia de triángulos A-L-A.

En consecuencia:

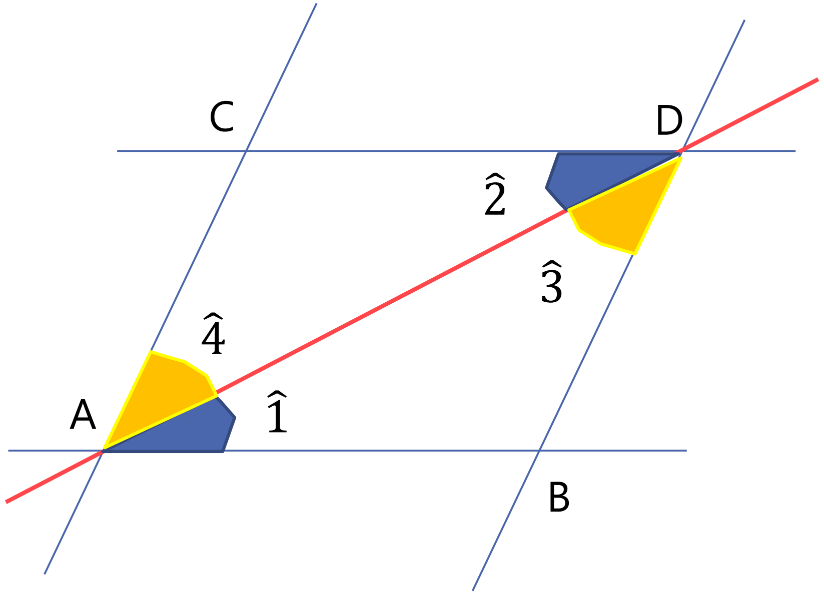
$$\overline{AB} \equiv \overline{CD} \qquad \overline{AC} \equiv \overline{BD}$$

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 04

Probar que:

b. Todo cuadrilátero convexo que tiene dos lados opuestos iguales y paralelos es un paralelogramo



Siguiendo el enunciado, disponemos de un cuadrilátero convexo que cumple:

$$\overline{AB} \,||\, \overline{CD} \qquad \overline{AB} \equiv \overline{CD}$$

Para probar que dos rectas son paralelas, debemos comprobar que los ángulos alternos-internos que forman con la secante son iguales. Así pues, consideremos la secante que pasa por A y D.

$\hat{1} = \hat{2}$ por ser alternos-internos entre paralelas

Así pues, los triángulos ABD y ADC son congruentes por el criterio de congruencia L-A-L, ya que por el enunciado sabemos que $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$

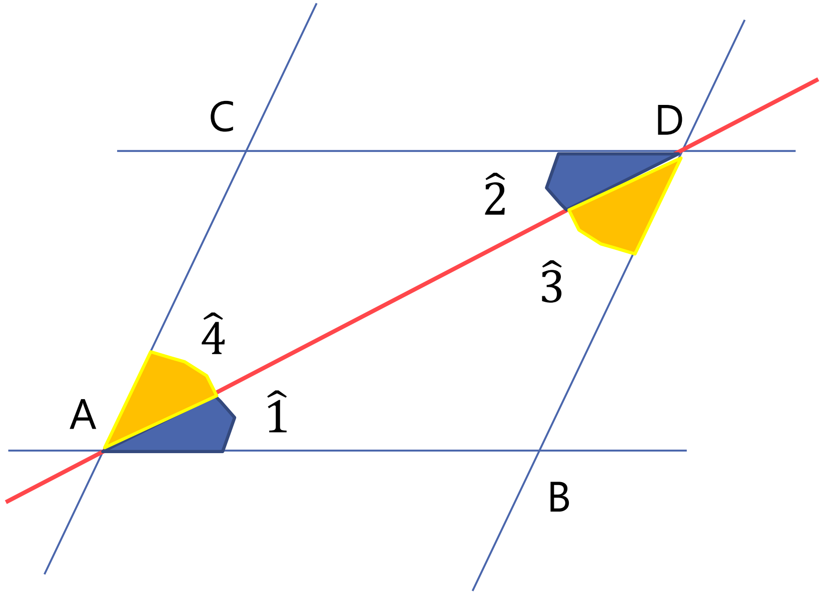
En consecuencia: $\hat{3} = \hat{4}$

Lo que equivale a decir que: $\overline{AC} \,||\, \overline{BD}$

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 04

Probar que:
c. En todo paralelogramo, los ángulos opuestos son iguales entre sí



Siguiendo el enunciado, disponemos de un paralelogramo y cumple:

$$\overline{AC} \equiv \overline{BD} \qquad \overline{AB} \equiv \overline{CD}$$

Trazamos la secante que pasa por A y D.

Así pues, los triángulos ABD y ADC son congruentes por el criterio de congruencia L-L-L.

En consecuencia: $\hat{1} = \hat{2}$ y $\hat{3} = \hat{4}$

Lo que equivale a decir que: $\widehat{CDB} = \widehat{BAC}$

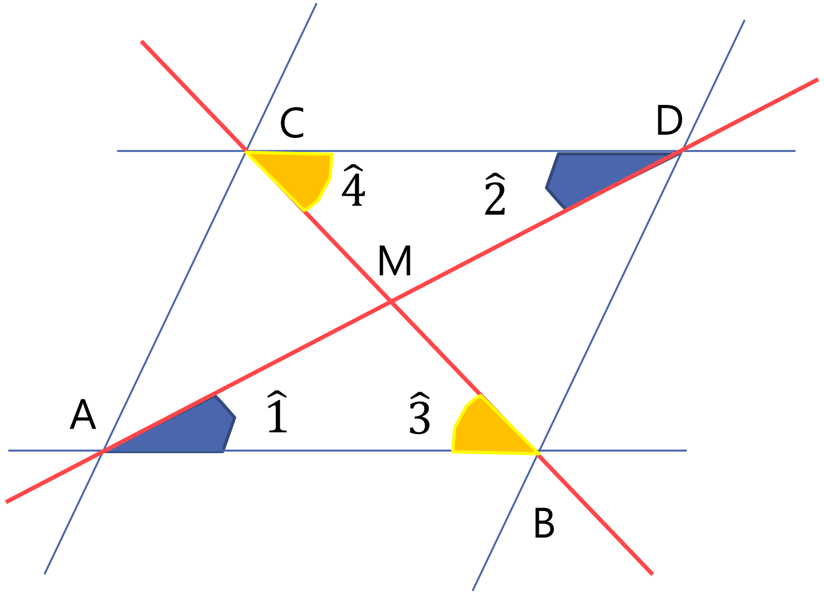
Repitiendo el mismo proceso, pero utilizando la diagonal que pasa por C y D, se obtiene que:

$$\widehat{ACD} = \widehat{ABD}$$

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 05

Probar que en todo paralelogramo las diagonales se cortan en el punto medio.



Consideremos el paralelogramo ABCD. Queremos probar que M es el punto medio de los segmentos AD y CB.

Trazamos las dos diagonales del paralelogramo y consideramos los triángulos AMB y CMD. Observamos que:

$\hat{1} = \hat{2}$ por ser alternos-internos entre paralelas

$\hat{3} = \hat{4}$ por ser alternos-internos entre paralelas

Dado que ABCD es un paralelogramo, sabemos que: $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$

Así pues, por el criterio de congruencia de triángulos A-L-A:

$$\widehat{AMB} \equiv \widehat{AMD}$$

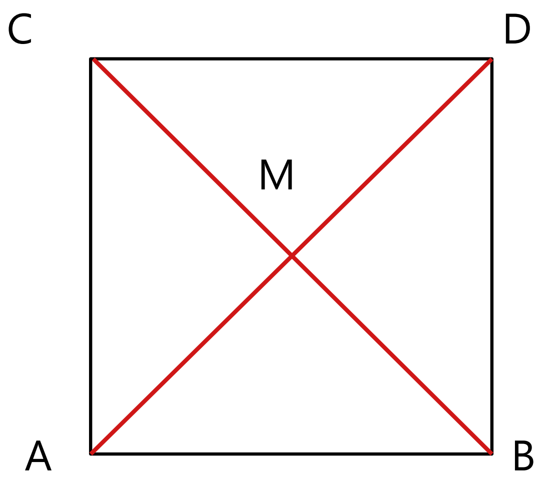
En consecuencia: $\overline{AM} \equiv \overline{MD}$ y $\overline{BM} \equiv \overline{MC}$

Lo que quiere decir que M es el punto medio de las dos diagonales del paralelogramo ABCD

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 06

Probar que las diagonales de un cuadrado son iguales y perpendiculares.



Consideremos el cuadrado ABCD. Queremos probar que los segmentos AD y CB tienen la misma medida y que forman 90 grados.

Trazamos las dos diagonales del cuadrado y consideramos los triángulos BAC y ABD. Observamos que, por el criterio de congruencia L-A-L:

$$\widehat{BAC} \equiv \widehat{ABD}$$

Ello implica que las hipotenusas medirán igual, es decir: $\overline{AD} \equiv \overline{BC}$

Es decir, las diagonales del cuadrado miden lo mismo. Ya sólo falta comprobar que ambas diagonales son perpendiculares.

Consideremos ahora los triángulos AMC y DMC. Sabemos que M es el punto medio de las diagonales (ejercicio anterior) Por lo que:

$$\overline{AM} \equiv \overline{MC} \equiv \overline{MD}$$

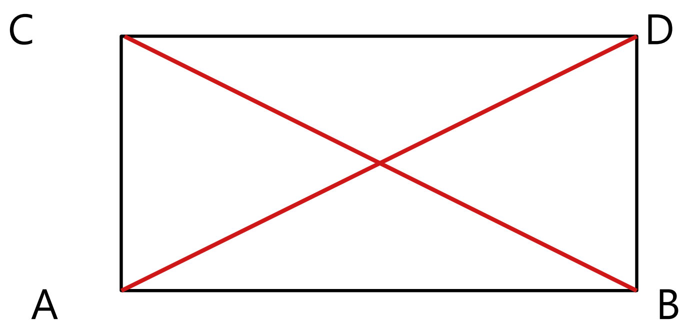
Por el criterio de congruencia de triángulos L-L-L, tenemos que: $\widehat{AMC} \equiv \widehat{DMC}$

Como los dos triángulos son adyacentes, la suma de los ángulos en M es 180 grados, en consecuencia, al ser iguales ambos ángulos, se concluye que son rectos.

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 07

Probar que las diagonales de un rectángulo son iguales.



Consideremos el rectángulo ABCD. Queremos probar que los segmentos AD y CB tienen la misma medida.

Trazamos las dos diagonales del rectángulo y consideramos los triángulos BAC y ABD. Observamos que, por el criterio de congruencia L-A-L:

$$\widehat{BAC} \equiv \widehat{ABD}$$

Ello implica que las hipotenusas medirán igual, es decir: $\overline{AD} \equiv \overline{BC}$

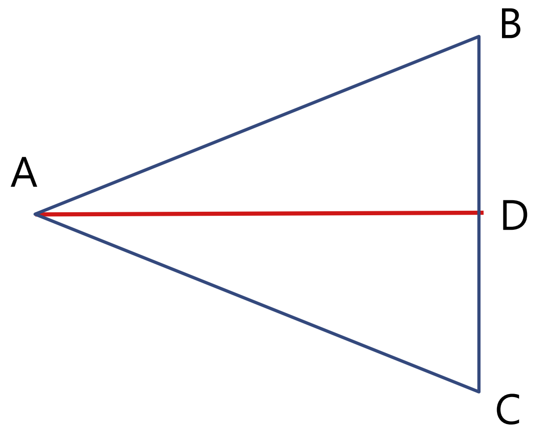
Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 08

En un triángulo isósceles ABC la mediana AD es perpendicular a BC. Probar que:

a) AD es la bisectriz del ángulo $\widehat{BAC}$

b) ABC es isósceles



a) Sabemos, por el enunciado que: $\overline{BD} \equiv \overline{DC}$ por ser AD la mediana del vértice A.

Así pues, considerando los triángulos ABD y ADC, observamos que por el criterio de congruencia de triángulos L-A-L ambos serán congruentes. Ello nos lleva a que:

$$\widehat{ABD} \equiv \widehat{ADC}$$

Por tanto: $\widehat{BAD} \equiv \widehat{CAD}$, es decir, el segmento AD es la bisectriz del ángulo $\widehat{BAC}$

b) A partir de la congruencia extraída en el apartado anterior, podemos decir:

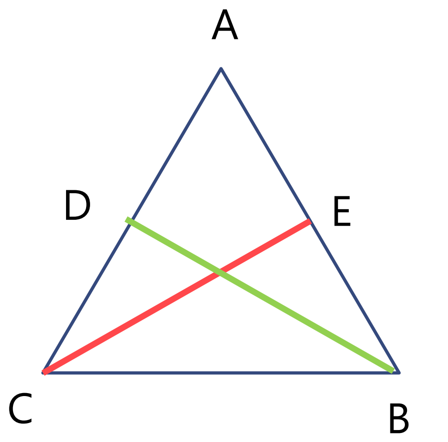
$$\widehat{ABD} \equiv \widehat{ADC} \qquad \overline{AB} \equiv \overline{AC}$$

Es decir, el $\widehat{ABC}$ es isósceles (pues tiene dos de sus lados congruentes)

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 09

Probar que las alturas de un triángulo equilátero son congruentes.



Consideremos el triángulo equilátero ABC. Así pues, por ser equilátero:

$$\overline{AB} \equiv \overline{AC} = \overline{CB}$$

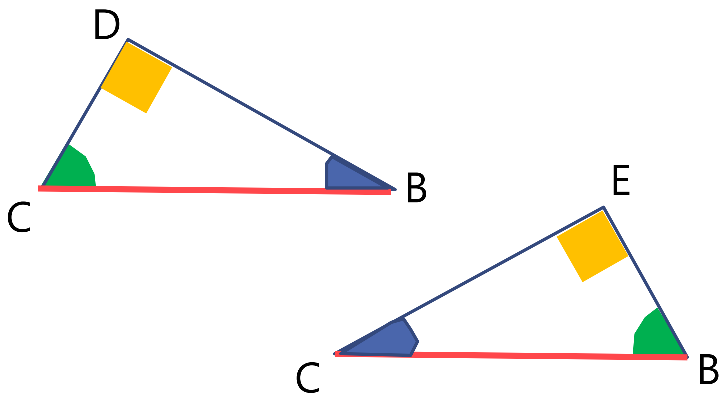
Trazamos, por ejemplo, dos alturas (DB y EC). Ahora consideraremos los triángulos DCB y ECB. Vamos a comprobar que son congruentes.

Ambos comparten el lado CB y el ángulo que forman en D y E es de 90º (por ser el punto de apoyo de la altura). Además, por ser ABC equilátero, sabemos que todos sus ángulos son congruentes. En particular:

$$\widehat{DCB} \equiv \widehat{EBC}$$

Dado que los triángulos DCB y ECB tienen dos ángulos congruentes, el tercero también lo será:

$$\widehat{DBC} \equiv \widehat{ECB}$$



Utilizando el criterio de congruencia A-L-A, concluimos que: $\widehat{DCB} \equiv \widehat{ECB}$

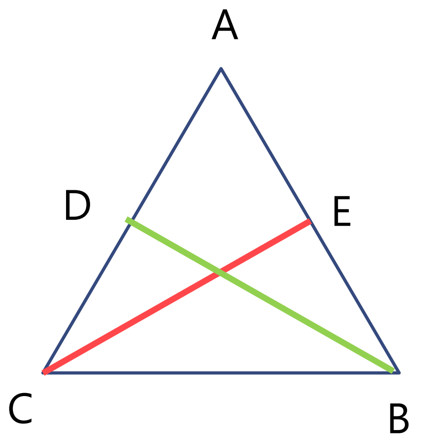
Por tanto: $\overline{DB} \equiv \overline{EC}$

Ahora se repetiría el proceso para la tercera altura.

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 10

Probar que las alturas a los lados congruentes de un triángulo isósceles son congruentes.



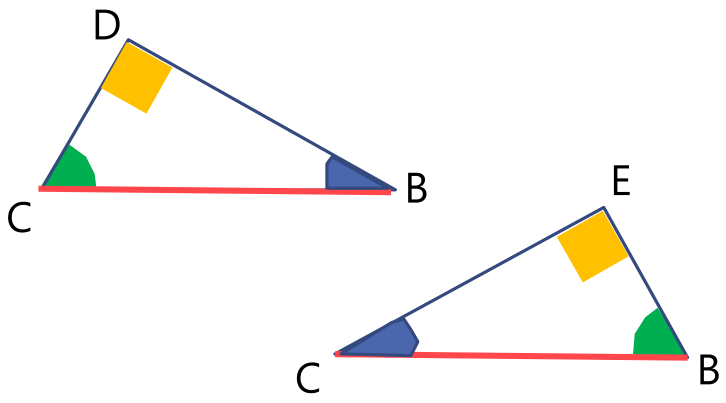
Consideremos el triángulo isósceles ABC. Así pues, por ser isósceles:

$$\overline{AB} \equiv \overline{AC} \qquad \widehat{DCB} \equiv \widehat{EBC}$$

Trazamos las alturas de los lados congruentes. Ahora consideraremos los triángulos DCB y ECB. Vamos a comprobar que son congruentes.

Ambos comparten el lado CB y el ángulo que forman en D y E es de 90º (por ser el punto de apoyo de la altura). Además, por ser ABC isósceles, sabemos que:

$$\widehat{DCB} \equiv \widehat{EBC}$$



Dado que los triángulos DCB y ECB tienen dos ángulos congruentes, el tercero también lo será:

$$\widehat{DBC} \equiv \widehat{ECB}$$

Utilizando el criterio de congruencia A-L-A, concluimos que: $\widehat{DCB} \equiv \widehat{ECB}$

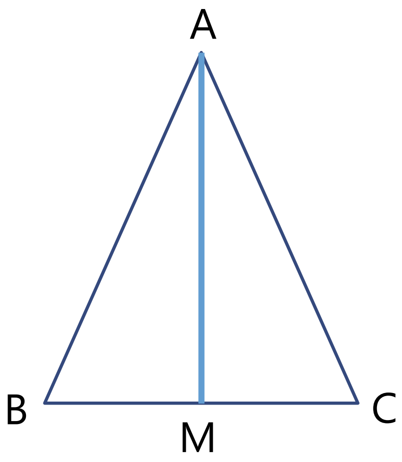
Por tanto: $\overline{DB} \equiv \overline{EC}$

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 11

En todo triángulo isósceles:

a) A lados iguales se le oponen ángulos iguales
b) La bisectriz del ángulo formado por los dos lados iguales es a la vez la mediana y mediatriz y altura del lado distinto.

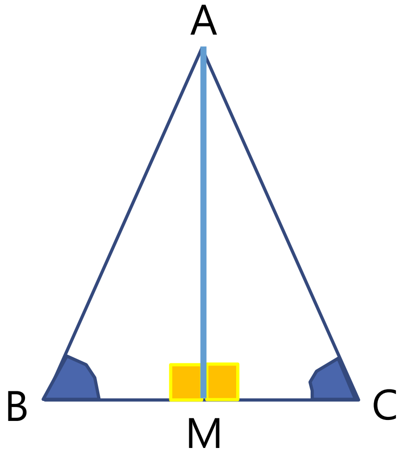


Sabemos que el triángulo ABC es isósceles. Por tanto, sabemos que: $\overline{AB} \equiv \overline{AC}$

Trazamos la **mediana** del lado BC y llamamos M al punto medio. Entonces: $\overline{BM} \equiv \overline{MC}$

Considerando los triángulos ABM y ACM, vemos que son congruentes por el criterio L-L-L (pues el tercer lado lo comparten ambos):

$\widehat{ABM} \equiv \widehat{AMC}$ En consecuencia: $\widehat{ABM} \equiv \widehat{ACM}$



RECÍPROCO: Consideremos un triángulo ABC con dos ángulos iguales. Vamos a demostrar que el triángulo es isósceles. Trazamos la **altura** desde A.

Obtenemos dos triángulos ABM y ACM. Estos triángulos, dado que tiene dos ángulos congruentes, también tendrán el tercero. En consecuencia, por el criterio A-L-A (con el lado que comparten) se tiene que:

$\widehat{ABM} \equiv \widehat{AMC}$ Por tanto: $\overline{AB} \equiv \overline{AC}$

Es decir, el triángulo ABC es isósceles.

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

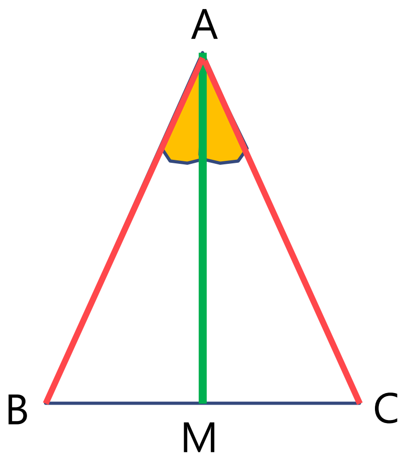
ACTIVIDAD 11

En todo triángulo isósceles:

a) A lados iguales se le oponen ángulos iguales

b) La bisectriz del ángulo formado por los dos lados iguales es a la vez la mediana y mediatriz y altura del lado distinto.

LA BISECTRIZ ES A LA VEZ MEDIANA



Sabemos que el triángulo ABC es isósceles. Por tanto, sabemos que: $\overline{AB} \equiv \overline{AC}$

Trazamos la **bisectriz** AM del ángulo A. Entonces: $\widehat{BAM} \equiv \widehat{CAM}$

Para que CM sea la mediana debemos comprobar que $\overline{BM} \equiv \overline{MC}$

Consideramos los triángulos BAM y CAM. Vemos que ambos son congruentes ya que:

$\overline{AB} \equiv \overline{AC}$ $\quad$ $\widehat{BAM} \equiv \widehat{CAM}$ $\quad$ Comparten $\overline{AM}$

Por el criterio de congruencia L-A-L concluimos que: $\widehat{ABM} \equiv \widehat{AMC}$

En consecuencia: $\overline{BM} \equiv \overline{MC}$

Por tanto el segmento AM, además de ser la bisectriz del ángulo en el vértice A es también la **mediana** del vértice A.

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

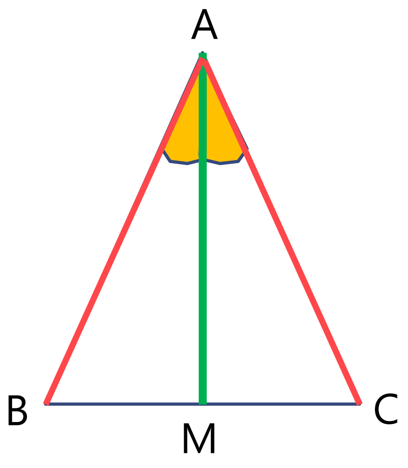
ACTIVIDAD 11

En todo triángulo isósceles:

a) A lados iguales se le oponen ángulos iguales

b) La bisectriz del ángulo formado por los dos lados iguales es a la vez la mediana y mediatriz y altura del lado distinto.

LA BISECTRIZ ES A LA VEZ ALTURA



Sabemos que el triángulo ABC es isósceles. Por tanto, sabemos que: $\overline{AB} \equiv \overline{AC}$

Trazamos la **bisectriz** AM del ángulo A. Entonces: $\widehat{BAM} \equiv \widehat{CAM}$

Para que CM sea la altura debemos comprobar que $\widehat{AMB} \equiv \widehat{AMC}$ y

Sabemos por la demostración anterior que: $\overset{\triangle}{ABM} \equiv \overset{\triangle}{AMC}$

Por tanto, dada la congruencia de los triángulos, ya podemos afirmar que:

$$\widehat{AMB} \equiv \widehat{AMC}$$

Además, sabemos que $\widehat{AMB} + \widehat{AMC} = 180$. Por tanto, como ambos ángulos tienen la misma medida, debe cumplirse que:

$$\widehat{AMB} \equiv \widehat{AMC} = 90$$

Es decir: $\overline{AM} \perp \overline{BC}$

Por tanto el segmento AM, además de ser la bisectriz del ángulo en el vértice A es también la **altura** del vértice A.

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

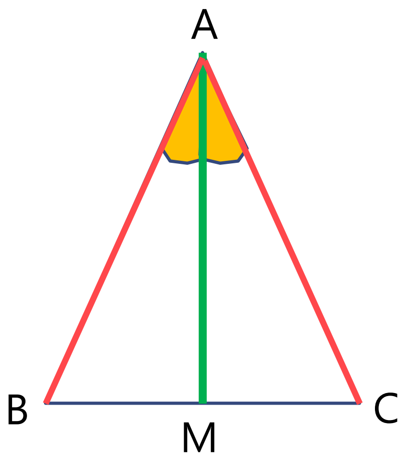
ACTIVIDAD 11

En todo triángulo isósceles:

a) A lados iguales se le oponen ángulos iguales

b) La bisectriz del ángulo formado por los dos lados iguales es a la vez la mediana y mediatriz y altura del lado distinto.

LA BISECTRIZ ES A LA VEZ MEDIATRIZ



Sabemos, como hemos demostrado en los apartados anteriores que:

$$\overline{AM} \perp \overline{BC}$$

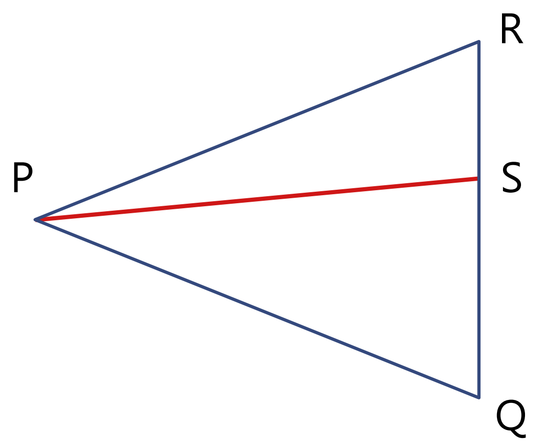
y que pasa por el punto medio (pues el segmento AM vimos que se correspondía con la mediana)

Por tanto el segmento AM, además de ser la bisectriz del ángulo en el vértice A es también la **mediatriz** del vértice A.

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 12

En un triángulo isósceles PQR, el punto S no es el punto medio del segmento RQ. Probar que PS no puede ser la bisectriz del ángulo $\widehat{RPQ}$



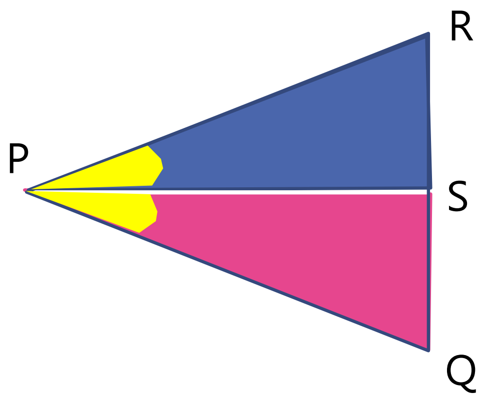
Sabemos, por el enunciado que: $\overline{QP} \equiv \overline{PR}$

$$\boxed{\overline{QS} \not\equiv \overline{SR}}$$

Queremos demostrar que entonces PS no es la bisectriz del ángulo $\widehat{RPQ}$

Supondremos, por **REDUCCIÓN AL ABSURDO**, que PS es la bisectriz del ángulo $\widehat{RPQ}$

Bajo esta suposición:



Dado que PS es la bisectriz de $\widehat{RPQ}$

$$\widehat{RPS} \equiv \widehat{QPS}$$

Y como PQR es isósceles, $\overline{QP} \equiv \overline{PR}$

Por el criterio L-A-L concluimos que: $\widehat{PQS} \equiv \widehat{PRS}$

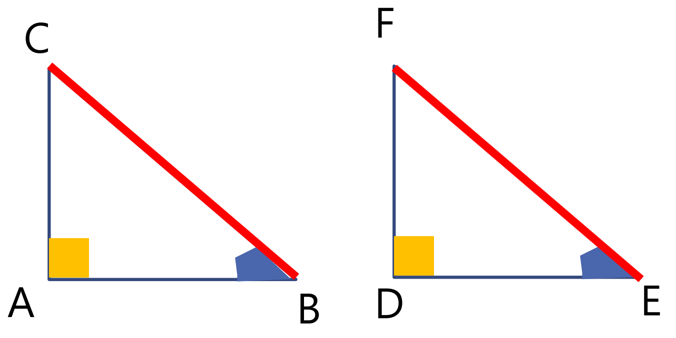
En consecuencia: $\boxed{\overline{QS} \equiv \overline{SR}}$

Hecho que entra en **CONTRADICCIÓN** con las premisas del enunciado. Por tanto, sólo cabe la posibilidad de que **PS no sea la bisectriz** del ángulo $\widehat{RPQ}$

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 13.1

Probar que dos triángulos rectángulos que tienen respectivamente iguales la hipotenusa y un ángulo agudo, son iguales

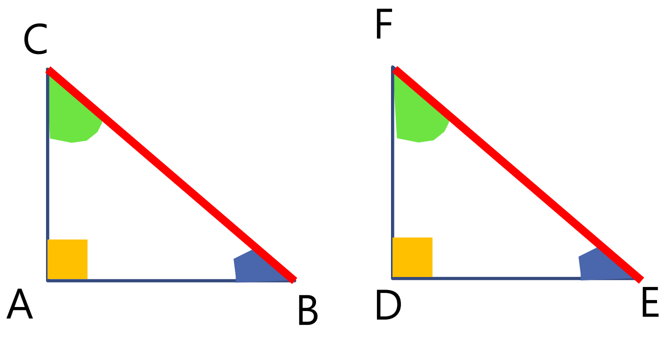


Sabemos, por el enunciado que:

1. Tienen hipotenusas de igual medida: $\overline{CB} \equiv \overline{FE}$

2. Son triángulos rectángulos: $\widehat{CAB} \equiv \widehat{FDE}$

3. Tienen un ángulo agudo congruente: $\widehat{ABC} \equiv \widehat{DEF}$



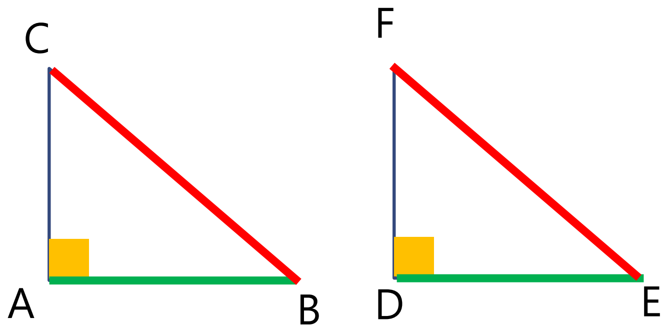
Así pues, dado que ambos triángulos tienen dos ángulos iguales, el tercero debe ser igual también en ambos dos. Por tanto, aplicando el criterio de congruencia A-L-A, concluimos que los dos triángulos son congruentes:

$$\overset{\frown}{ABC} \equiv \overset{\frown}{DEF}$$

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 13.2

Probar que dos triángulos rectángulos que tienen respectivamente iguales la hipotenusa y un cateto, son iguales

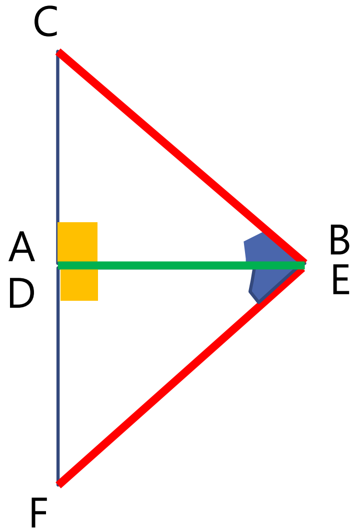


Sabemos, por el enunciado que:

1. Tienen hipotenusas de igual medida: $\overline{CB} \equiv \overline{FE}$

2. Son triángulos rectángulos: $\overset{\frown}{CAB} \equiv \overset{\frown}{FDE}$

3. Tienen un cateto congruente: $\overline{AB} \equiv \overline{DE}$



Así pues, si colocamos ambos triángulos, uno junto a otro compartiendo el cateto que tienen congruente. Vemos que obtenemos así un triángulo isósceles. Además, el cateto congruente se corresponde con la altura de dicho nuevo triángulo BCF. Como ya vimos en una actividad previa, la altura de un triángulo isósceles por el vértice que forman los lados congruentes, coincide con la bisectriz. Por tanto, los ángulos:

$$\overset{\frown}{ABC} \equiv \overset{\frown}{DEF}$$

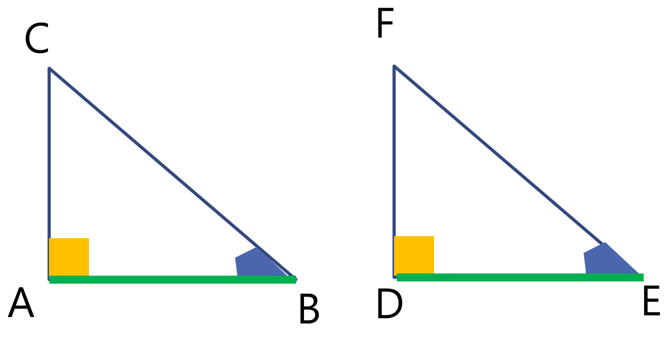
Aplicando ahora el criterio de congruencia L-A-L, concluimos que:

$$\widehat{ABC} \equiv \widehat{DEF}$$

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 13.3

Probar que dos triángulos rectángulos que tienen respectivamente iguales un cateto y un ángulo agudo, son iguales

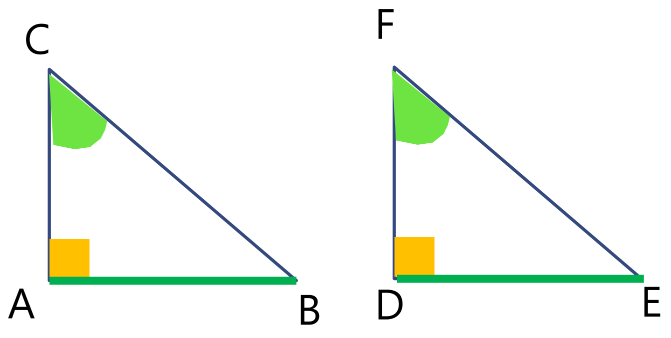


Sabemos, por el enunciado que:

1. Tienen un ángulo agudo de igual medida: $\widehat{ABC} \equiv \widehat{DEF}$

2. Son triángulos rectángulos: $\widehat{CAB} \equiv \widehat{FDE}$

3. Tienen un cateto congruente: $\overline{AB} \equiv \overline{DE}$



Por el criterio A-L-A tenemos que ambos triángulos son congruentes.

Si el cateto congruente fuera:

$$\overline{CA} \equiv \overline{FD}$$

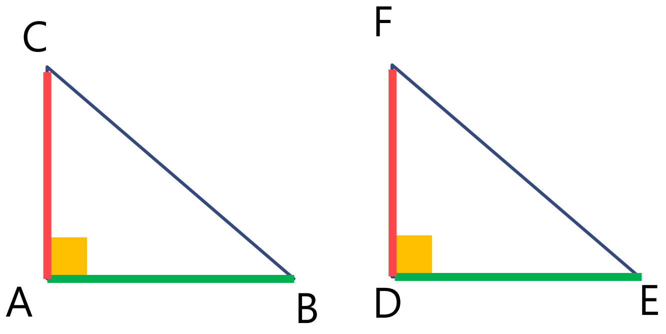
dado que conoceríamos dos ángulos, el tercero podría obtenerse y sabemos que también serán congruentes, por lo que (en cualquier caso) volvemos a hacer uso del criterio A-L-A. Concluyendo que:

$$\widehat{ABC} \equiv \widehat{DEF}$$

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 13.4

Probar que dos triángulos rectángulos que tienen respectivamente iguales los dos catetos, son iguales



Sabemos, por el enunciado que:

1. Tienen catetos congruentes: $\overline{AB} \equiv \overline{DE}$ $\overline{CA} \equiv \overline{FD}$

2. Son triángulos rectángulos: $\widehat{CAB} \equiv \widehat{FDE}$

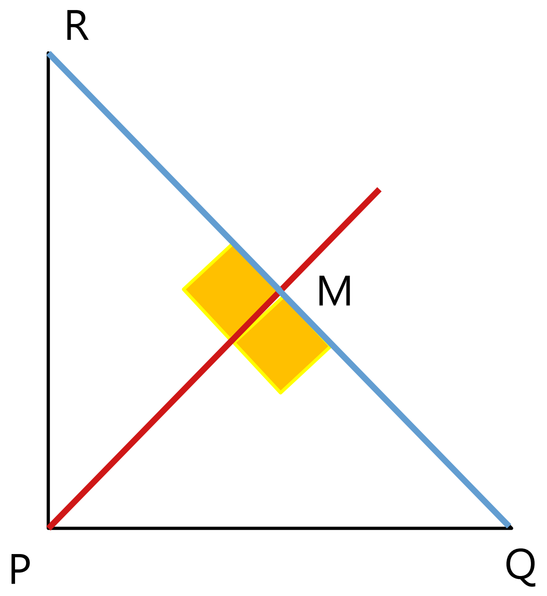
Por el criterio L-A-L tenemos que ambos triángulos son congruentes.

$$\widehat{ABC} \equiv \widehat{DEF}$$

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDAD 14

Probar que si la mediana relativa a la hipotenusa de un triángulo rectángulo es perpendicular a la hipotenusa, entonces el triángulo rectángulo es isósceles.



Sabemos, por el enunciado que:

$$\overline{PM} \perp \overline{RQ}$$

$$\overline{RM} \equiv \overline{MQ}$$ por ser M el punto medio de la hipotenusa (pues PM es la mediana correspondiente a la hipotenusa)

Considerando los triángulos PRM y PQM, observamos que por el criterio L-A-L:

$$\widehat{PRM} \equiv \widehat{PQM}$$

En consecuencia:

$$\overline{PR} \equiv \overline{PQ}$$

Por tanto, el triángulo PQR es rectángulo e isósceles.

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com

ACTIVIDADES DE PROBAR 03

Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com