

La resolución y entrega del presente dossier es completamente voluntaria. Cada uno de los tres ejercicios propuestos debe resolverse de forma razonada, argumentando adecuadamente la respuesta y todos los cálculos realizados.

**Nunca aceptes la derrota, la debilidad y el desánimo como parte tuya. Tú eres el éxito mismo.**

**PROBLEMA 1:** Enuncia el teorema de Lagrange. Tras ello, determina los valores de los parámetros reales  $a$  y  $b$  para que pueda aplicarse el Teorema de Lagrange a la función  $f(x)$  en el intervalo  $[2, 6]$ . ¿En qué punto se verifica la tesis?

$$f(x) = \begin{cases} ax - 3 & x < 4 \\ -x^2 + 10x - b & x \geq 4 \end{cases}$$

**PROBLEMA 2:** Un equipo de investigación en física cuántica de la *Universidad Chalmers* de *Gotemburgo* planea llevar a cabo un experimento para corroborar el efecto Casimir. Para la realización de dicha prueba necesitan dos placas rectangulares metálicas de 15 metros de alto y 10 metros de ancho. La teoría cuántica de campos predice que entre ambas placas colocadas a una pequeña distancia de separación se genera una fuerza atractiva asociada al vacío cuántico. Durante la colocación de las placas, se produjo un accidente y una de las placas resultó dañada. De una de sus esquinas se rompió un pedazo triangular de tal modo que en dicha esquina el largo de la placa disminuyó en 2 m y el ancho en 1 m. El equipo de investigación desea aprovechar el material restante de manera que forme una nueva placa rectangular. ¿Cómo deberán hacerse los cortes si para el correcto desarrollo del experimento sería deseable que la placa tuviera la mayor superficie posible?

**PROBLEMA 3:** Calcula las siguientes integrales indefinidas:

a)  $\int \frac{dx}{(3x-1)^2}$       b)  $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$       c)  $\int \frac{\ln x^2}{x} dx$

d)  $\int \sin^2 3x \cdot \cos 3x dx$       e)  $\int \frac{3}{1+2\sqrt{e^{-x}}} dx$       f)  $\int \frac{1}{\sin x \cdot \cos x} dx$

Indicaciones: e) Multiplica numerador y denominador por  $\sqrt{e^x}$

f) Deberás tener en cuenta la identidad fundamental trigonométrica