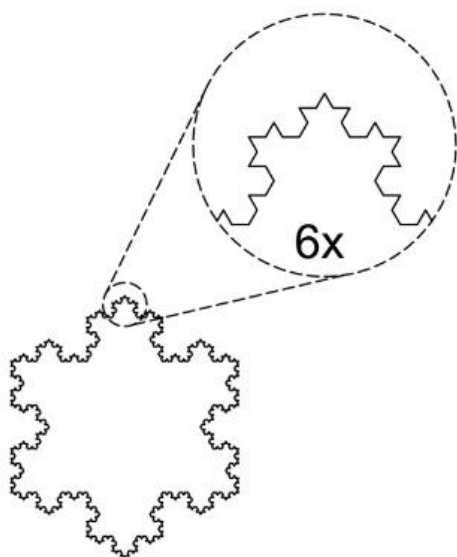




L'ESPONJA DE Menger

1. Què és un fractal?

Definir un fractal és força complex, així que, per fer-nos una idea simple del concepte, pensarem en un fractal com aquella estructura en què les seves parts reproduïxen la totalitat de l'estructura. Com us quedeu? Igual? Potser amb un exemple ho veieu més clar.



Aquesta estructura o dibuix que apareix a la vostra esquerra és un fractal que es coneix amb el nom de "Floc de neu de Koch". Si us fixeu, l'estructura d'aquest floc, es repeteix successivament en cada part del mateix floc. És a dir, si fem "zoom" sobre una regió del fractal, veurem sempre la mateixa estructura. Aquesta característica dels fractals es diu autosemblança.

Els fractals són uns elements matemàtics complexos que van causar un gran enrenou en el món matemàtic quan van ser descoberts. Per què? Doncs per les seves estranyes propietats. Una de les més impactants és que la seva dimensió està sempre "a cavall" entre dues dimensions naturals. Així doncs, per exemple, el Floc de neu de Koch és una figura que està entre la primera i la segona dimensió. A més, el seu perímetre és infinit però la seva àrea és finita. Com? Què està dient? Entendre aquestes propietats és una cosa molt complicada per a vosaltres encara, així que no us preocupeu, simplement vull que compreu per què va causar tant enrenou el seu descobriment.

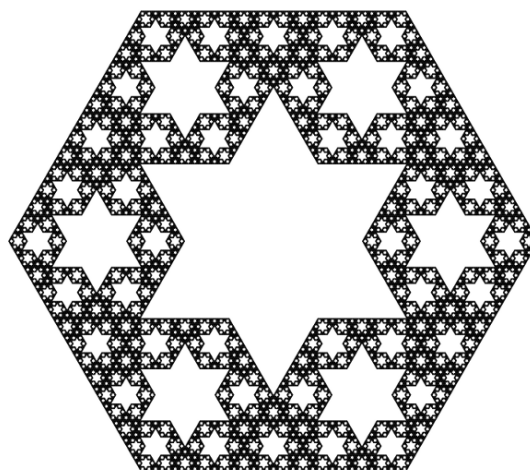
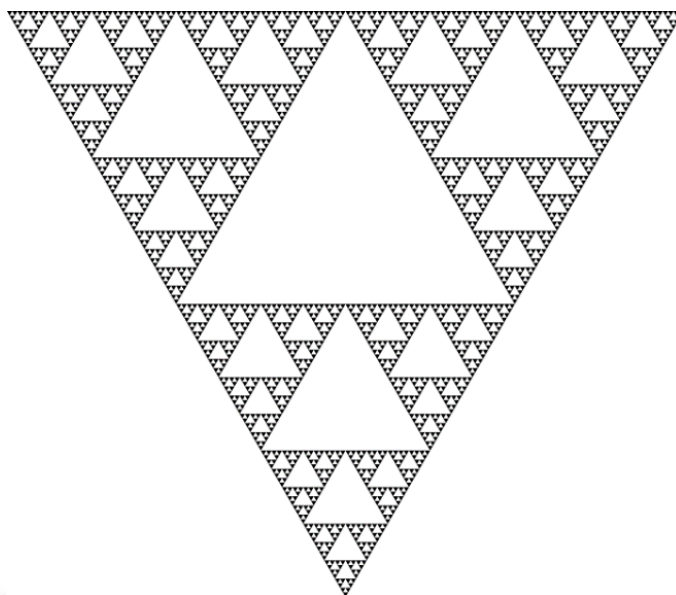
Voleu alguns exemples més? Les següents imatges i figures representen fractals la dimensió dels quals també està entre 1 i 2. Alguns d'ells són molt famosos com és el cas del Triangle de Sierpinski.





Emocionar amb matemàtiques

NN04: L'esponja de Menger



Els següents enllaços et portaran també a vídeos on s'aprecia molt bé la propietat d'autosemblança d'alguns fractals.

https://www.youtube.com/watch?v=MTYW4Re_RsY

<https://www.youtube.com/watch?v=ackDGIKx1cw>

<https://www.youtube.com/watch?v=TLxQOTJGt8c>



Obra bajo licencia Creative Commons
Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual
4.0 Internacional

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com
@maths4everthink

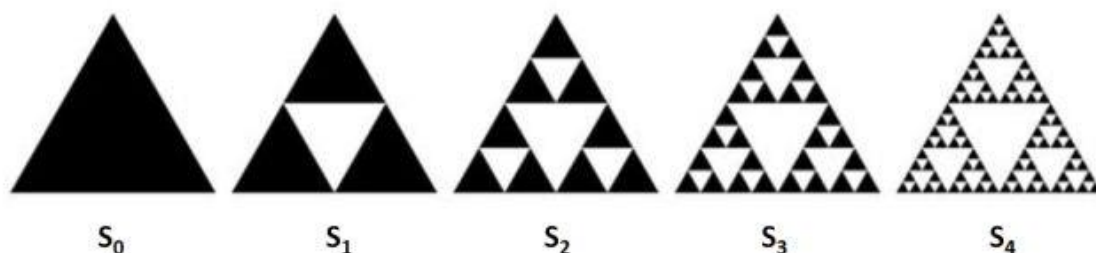


Emocionar amb matemàtiques

NN04: L'esponja de Menger

2. Construïnt l'Esponja de Menger

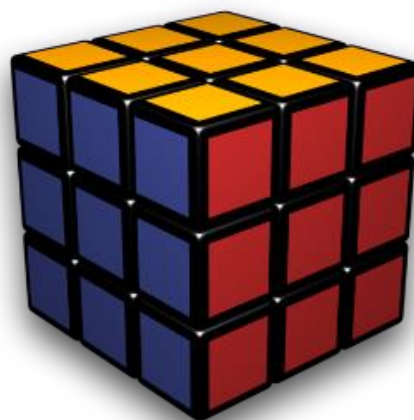
L'autosemblança permet que puguem elaborar un senzill procés per construir pas a pas un fractal. Observa les fases de construcció per al Triangle de Sierpinski:



1. Tracteu d'explicar el procés per construir un triangle de Sierpinski
2. Quants triangles negres hi ha a cada nivell?
3. Podríeu esbrinar quants triangles negres hauria al nivell 5? I al nivell 6? Què em dieu del nivell 7?
4. Podríeu explicar com calcular el nombre de triangles negres en un nivell qualsevol?

L'esponja de Menger és un fractal molt particular que es va idear al segle XX. Anem a veure els passos necessaris per construir-lo. Partirem inicialment d'un cub.

PAS 1: Aquest cub es divideix en 27 cubs iguals. Ho visualitzes? Té la mateixa pinta que el famós cub de Rubik.



PAS 2: Eliminem els cubs centrals de cada cara i el cub xicotet del centre del cub.



Obra bajo licencia Creative Commons
Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual
4.0 Internacional

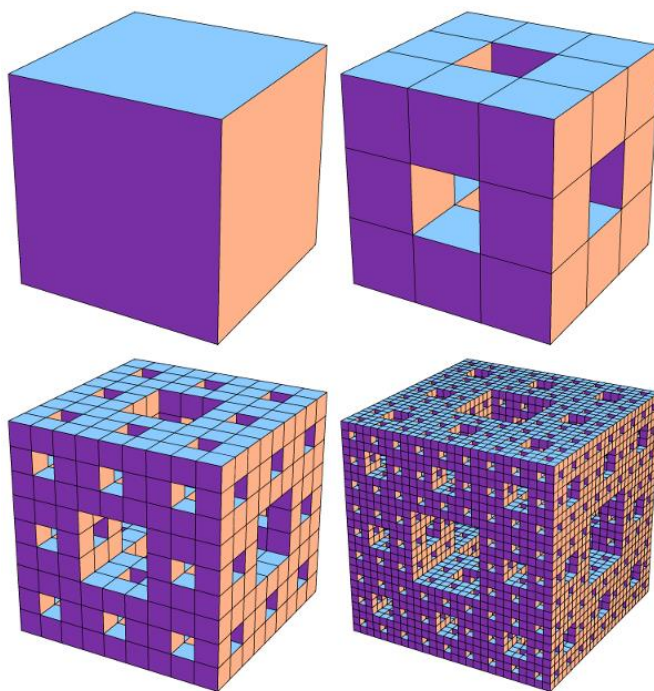
Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com
@maths4everthink



Emocionar amb matemàtiques

NN04: L'esponja de Menger

Arribats a aquest punt, tenim una esponja de Menger de nivell 1. Per construir una esponja de nivell 2 el que hem de fer és repetir els passos anteriors amb cada un dels cubs que tenim a la figura final del nivell 1. Si volem arribar al nivell tres, repetirem el procés amb cada cub de la figura final obtinguda en el nivell 2. I així successivament. Fins quan? Doncs fins a l'infinit, i més enllà. De fet, l'esponja de Menger és la figura que ens quedaria després de repetir el procés fins a l'infinit.



El que farem a continuació serà construir la nostra pròpia Esponja de Menger. Per a això, utilitzarem cubs construïts mitjançant papiroflèxia modular (1). Ara bé, abans de començar, necessitem saber quants cubs hem de construir i les dimensions de l'esponja, no fos cas que no tinguem prou paper o no vagi a cabre a la classe.

1. Quants cubs necessitem per construir una esponja de nivell 1? Quina alçada tindria?
2. 2. Quants cubs necessitem per construir una esponja de nivell 2? Quina alçada tindria?
3. 3. Quants cubs necessitem per construir una esponja de nivell 3? Quina alçada tindria?

(1) <https://www.youtube.com/watch?v=MpUEE5r-lrY>





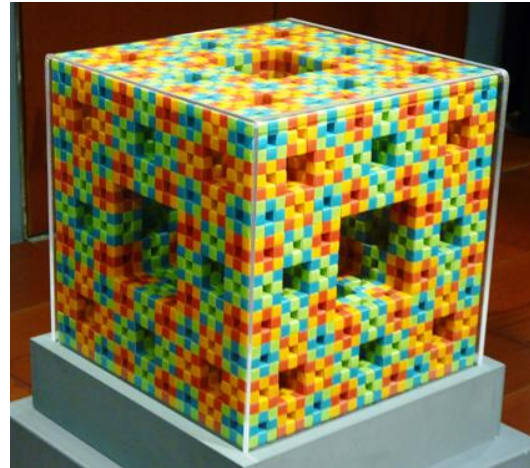
Emocionar amb matemàtiques

NN04: L'esponja de Menger

3. Per a què serveixen els fractals?

L'estudi dels fractals ha ajudat enormement a explicar fenòmens del nostre univers com, per exemple:

1. La formació de núvols i el funcionament dels huracans
2. El curs dels rius i el mesurament de les costes
3. El creixement de les plantes
4. El naixement dels planetes i l'evolució de les galàxies
5. El creixement de la població
6. El soroll electrònic
7. Els terratrèmols i volcans



Tots ells, com veiem, amb cert nivell d'autosemblança (igual que els fractals)



Obra bajo licencia Creative Commons
Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual
4.0 Internacional

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com
@maths4everthink